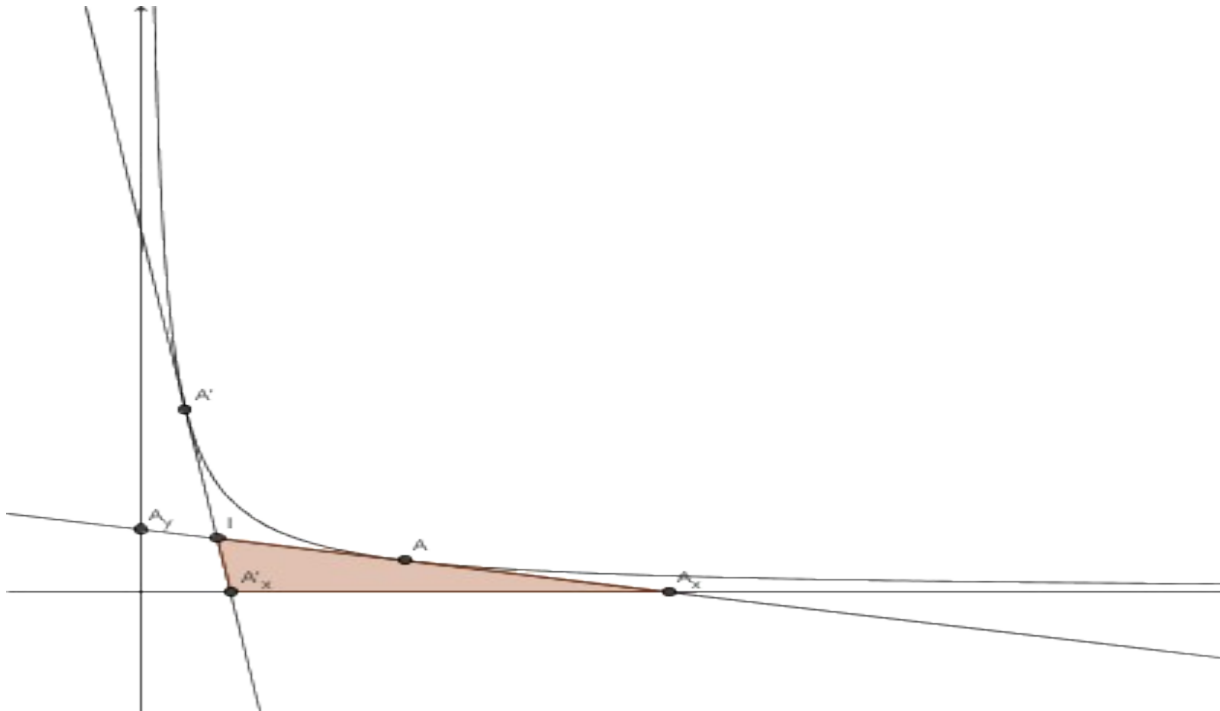


Un exercice déroutant à propos des limites (Première)



La figure ci-dessus présente la situation d'origine de ce problème : à partir d'un nombre a positif, on définit les points $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ et $A'\left(\frac{1}{a}, a\right)$ qui sont tous les deux sur la branche de l'hyperbole graphe de la fonction inverse $\frac{1}{x}$.

Les droites $(A_y A'_x)$ et $(A'_y A_x)$ sont les tangentes en A et A' à l'hyperbole.

I est leur point d'intersection.

On s'intéresse à l'aire coloriée ;
pour la calculer il faut :

- I a) établir les équations des deux tangentes, en fonction de a ,
- b) à partir de ces deux équations, calculer les coordonnées de I (qui sont égales, pourquoi ?),
- c) toujours à l'aide de l'équation de la tangente en A , calculer les abscisses des points A_x et A'_x ,
- d) Calculer la longueur $A_x A'_x$ (attention : valeur absolue, a peut être plus petit que 1),
- e) en déduire l'expression $S(a)$ de l'aire coloriée en fonction de a .

on peut alors :

- II Vérifier que $S(1) = 0$ et établir les limites de $S(a)$ lorsque a tend vers 0 et lorsque a tend vers $+\infty$